

HATVÁNYOZÁS, GYÖKVONÁS

1. Vizsgáljuk meg, melyik szám a kisebb az alábbi esetekben:

- a) 2^6 vagy 4^4 ; b) 4^8 vagy 8^4 ; c) 9^3 vagy 3^9 ;
 d) 8^5 vagy 16^4 ; e) 6^3 vagy $27 \cdot 16$; f) 27^7 vagy 81^5 ;
 g) 10^{15} vagy $8^4 \cdot 125^5$; h) 40^{100} vagy 100^{50} .

2. Zsebszámológép használata nélkül számítsuk ki a következő kifejezések értékeit:

- a) $\frac{27 \cdot 16}{6^3}$; b) $\frac{12^5}{9^2 \cdot 4^4}$; c) $\frac{16^3 \cdot 4^2 \cdot 8^2}{32^4}$;
 d) $\frac{18^4 \cdot 256 \cdot 72^2}{24^4 \cdot 36^3}$; e) $\left(\frac{6^6 \cdot 10^2}{9^3 \cdot 200 \cdot 32}\right)^3$; f) $\frac{6^7 \cdot 15^5 \cdot 35^5}{3^5 \cdot 10^6 \cdot 21^5 \cdot 25^2}$.

3. Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket:

- a) $(a^7)^3 \cdot (a^4)^5$; b) $[(x^2)^2]^3 \cdot [(x^3)^2]^4$; c) $\frac{(x^3)^5 \cdot x^8}{(x^4)^3}$;
 d) $\frac{(b^2)^6 \cdot b^5}{(b^3)^4 \cdot (b^2)^2}$; e) $\frac{(x^4)^4 \cdot (x^5)^5}{(x^3)^3 \cdot (x^3)^2}$; f) $\frac{(a^3 \cdot b)^4 \cdot (a \cdot b^2)^3}{(a^4 \cdot b^2)^2 \cdot (a \cdot b)^3}$;
 g) $\left(\frac{a^2}{b}\right)^4 \cdot \left(\frac{b^3}{a^4}\right)^3 \cdot \left(\frac{a^5}{b}\right)^2$; h) $\frac{(c^4 \cdot d^3)^5 \cdot (c^7)^2 \cdot d^3}{(c^3)^2 \cdot (d^6 \cdot c^5)^4}$.

4. Számítsuk ki a következő műveletek eredményét:

- a) 3^{-4} ; b) $(-5)^{-3}$; c) $(2^{-1})^{-3}$;
 d) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$; e) $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}$; f) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$;
 g) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}\right]^2$; h) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-2}{5}\right)^3$; i) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-6}$;
 j) $\frac{(7^{-5})^2 \cdot (7^{-3})^{-4}}{(7^{-6})^{-2} \cdot 7^{-11}}$.

5. Végezzük el a következő hatványozásokat, és hozzuk egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

- a) $(a^3)^{-2} \cdot (a^{-2})^{-4} \cdot (a^{-1})^{-1}$; b) $(x^{-2})^{-4} \cdot [(x^3)^{-3}]^{-2} \cdot (x^2)^{-8}$; c) $(2a^{-3})^{-1} \cdot 2^{-2} \cdot a^{-4}$;
 d) $(a^{-1} \cdot b^{-3})^{-2} \cdot (a^{-4} \cdot b^{-2})^{-1}$; e) $\left(\frac{5^{-2} \cdot b^{-1}}{b^{-4}}\right)^{-3} \cdot \frac{b^{-3}}{5^{-4}}$; f) $\frac{(c^{-3})^{-1} \cdot c^{-4} \cdot c^{-1}}{c^{-2} \cdot (c^{-3})^2 \cdot c}$;
 g) $\left(\frac{a^{-2}}{b^3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{b^{-4}}{a^{-3}}\right)^2 \cdot \left(\frac{b^{-1}}{a^4}\right)^{-5}$; h) $\frac{(3d^2)^{-2} \cdot (9^{-2} \cdot d^{-5})^{-2}}{(3^3 \cdot d^{-4})^3 \cdot (3d^3)^{-1}}$; i) $\frac{(12^{-3} \cdot e^{-1})^{-2} \cdot (18^2 \cdot e^3)^{-3}}{(8^{-2} \cdot e^{-4})^2 \cdot (3^{-5} \cdot e^3)^2}$.

6. Végezzük el a következő négyzetre emeléseket:

- a) $(a + 7)^2$; b) $(8 - b)^2$; c) $(-7 + b)^2$; d) $(3y + 2x)^2$;
 e) $(4x - 3y)^2$; f) $(10a - 3b)^2$; g) $(x^2 + 3z)^2$; h) $(2x^3 - 3y^2)^2$;
 i) $(8a^3 - 5b^2)^2$; j) $\left(\frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot y\right)^2$; k) $\left(\frac{5}{6} \cdot x - \frac{7}{3} \cdot y\right)^2$; l) $(z + \dots)^2$

7. Végezzük el a következő műveleteket:

a) $(3a + 5) \cdot (3a - 5)$;

b) $(8x - 7) \cdot (8x + 7)$;

c) $(4b - 2x) \cdot (4b + 2x)$;

d) $(6a + 5b) \cdot (6a - 5b)$;

e) $(5c - 3y) \cdot (5c + 3y)$;

f) $(5a^3 + 1) \cdot (5a^3 - 1)$;

g) $(3d^2 - 8) \cdot (3d^2 + 8)$;

h) $(9x^2 + 2y) \cdot (2y - 9x^2)$;

i) $(7e^5 + 10x^3) \cdot (7e^5 - 10x^3)$;

j) $\left(\frac{2}{7} \cdot x^7 - \frac{1}{3} \cdot y^3\right) \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot x^7 + \frac{1}{3} \cdot y^3\right)$.

8. Végezzük el a következő műveleteket:

a) $(3a - 1)^2 - (2a + 3) \cdot (2a - 3) + (a + 2)^2$;

b) $(4x + 3) \cdot (4x - 3) - (3x + 2)^2 + (x - 7)^2$;

c) $(5x + 4)^2 - (3x - 4)^2 - (2x + 3) \cdot (2x - 3)$;

d) $(x - 5)^2 - (2x + 5) \cdot (2x - 5) + (3x + 1)^2 - (2x - 1)^2$;

e) $(4b - 5)^2 + 3 \cdot (4 - b) \cdot (4 + b) - (2b + 4)^2 - (4b - 3)^2$;

f) $2 \cdot (5x + 1)^2 - 3 \cdot (4x - 1) \cdot (4x + 1) - 2 \cdot (x - 4)^2 - (3x + 2)^2$;

9. Végezzük el a következő szorzásokat és osztásokat, és egyszerűsítsük az eredményt:

a) $\frac{17a^3b^2}{50x^4y^2} \cdot \frac{10x^3y}{34a^2b}$;

b) $\frac{4a^5b^2}{27x^2y^4} : \frac{32a^6b}{81xy^6}$;

10. Számítsuk ki a következőket:

a) $(420; 560)$;

b) $[600; 720]$;

c) $(972; 648)$;

d) $[392; 448]$;

11. Számítsuk ki a következő hatványok értékét:

a) $4^{\frac{3}{2}}$;

b) $27^{\frac{2}{3}}$;

c) $32^{\frac{2}{5}}$;

d) $81^{\frac{1}{4}}$;

e) $25^{-\frac{1}{2}}$;

f) $64^{-\frac{1}{6}}$;

g) $100^{-\frac{3}{2}}$;

h) $1000^{-\frac{2}{3}}$;

i) $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$;

j) $0,00001^{-\frac{3}{5}}$;

k) $\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$;

l) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

12. Írjuk fel gyökjelekkel a következő hatványokat:

a) $5^{\frac{1}{8}}$;

b) $13^{\frac{2}{7}}$;

c) $10^{\frac{3}{11}}$;

d) $11^{\frac{7}{3}}$;

e) $15^{-\frac{2}{3}}$;

f) $23^{-\frac{4}{9}}$;

g) $7^{-\frac{20}{7}}$;

h) $41^{-\frac{2}{21}}$;

i) $9^{-0,7}$;

j) $10^{-0,23}$;

k) $a^{-\frac{3}{5}} (a > 0)$;

l) $2b^{-\frac{2}{3}} (b > 0)$.

13. Az ötnek hányadik hatványa:

a) ${}^{10}\sqrt{5}$;

b) $\sqrt[7]{5^4}$;

c) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$;

d) ${}^{11}\sqrt{25^3}$;

e) $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$;

f) $\sqrt[8]{\frac{1}{125}}$;

g) $\sqrt[3]{5^7} \cdot \sqrt[3]{5^4}$;

h) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[6]{5}$;

i) $\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[6]{5}}$;

j) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{5}}}{5}$;

k) $\frac{\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt[4]{5^5}}$;

l) $\frac{\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt[6]{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$.

14. Végezzük el a következő műveleteket a változók lehetséges értékei mellett. A végeredményeket írjuk fel a változók hatványaként:

a) $\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-\frac{5}{6}}}$;

b) $\frac{\sqrt[5]{b^{-3}} \cdot b^{-\frac{3}{10}}}{\sqrt{b^{-1}} \cdot \sqrt[10]{b^{-7}}}$;

c) $\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{c^4}} \cdot \sqrt{c^{-\frac{1}{3}}}}{\sqrt[6]{c^{-1}} \cdot \sqrt[4]{c^{-\frac{5}{3}}}}$;

d) $\frac{(\sqrt{d^{-1}} \cdot \sqrt[3]{d^2})^{-\frac{7}{5}}}{\left(d^{-\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[4]{d^{-3}}\right)^{-\frac{2}{3}}}$.

ELSŐFOKÚ, MÁSODFOKÚ EGYENLETEK

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket:

a) $3 \cdot (2x - 7) - 4 \cdot (5 - 2x) = 3x + 3;$

b) $2 \cdot (4x - 3) - 3 \cdot (3x - 1) - 4 \cdot (x + 1) = 5;$

c) $5 \cdot (4x + 1) - 2 \cdot (3x - 4) = 2 \cdot (x + 3) - (3x - 7);$

d) $(1 + x) \cdot (3x + 4) - (2x + 1) \cdot (x - 3) = x \cdot (x - 4) + 23;$

e) $(2 - 3x) \cdot (2x + 5) - (4 - x) \cdot (5x + 1) - (3 - x) \cdot (x + 2) = 0;$

f) $4 \cdot [2 \cdot (3x - 4) - 3] - 4 = 0;$

g) $2 \cdot \{5 \cdot [3 \cdot (x - 1) - 4] - 2\} = 16;$

h) $3 \cdot \{3 \cdot [x - 4 \cdot (x + 1)] - 2\} = 27;$

i) $\frac{2}{3} \cdot (5x - 1) - \frac{7}{3} \cdot (2x - 3) = 5;$

j) $\frac{1}{2} \cdot (x + 7) - \frac{1}{3} \cdot (2x - 4) = 1;$

k) $\frac{4}{5} \cdot (3x + 4) - \frac{1}{2} \cdot (7x + 1) = -2;$

l) $\frac{1}{5} \cdot (3x - 1) - \frac{3}{4} \cdot (2x + 3) = \frac{1}{2} \cdot (5x - 7);$

m) $\frac{2x - 4}{3} + \frac{x - 4}{2} = 2x;$

n) $\frac{4x - 3}{6} + \frac{x + 4}{3} = \frac{7x - 5}{12};$

o) $\frac{3x - 7}{5} - \frac{x - 7}{4} + \frac{3x + 5}{2} = 1;$

p) $\frac{2x + 3}{5} - \frac{x + 2}{4} = \frac{x - 3}{3};$

q) $\frac{2x}{x - 2} - \frac{4}{x - 2} = 2;$

r) $\frac{x - 4}{x + 3} - \frac{x + 2}{x + 3} = 3.$

2. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket:

a) $3 \cdot (x - 2) \cdot (x + 3) = 0;$

b) $3 \cdot (2x - 3) \cdot (5 - x) = 0;$

c) $3 \cdot (3x - 2) \cdot (6 - 2x) = 0;$

d) $7x \cdot (5x - 2) = 0;$

e) $x^2 = 400;$

f) $x^2 = 144;$

g) $x^2 - 169 = 0;$

h) $x^2 + 100 = 0;$

i) $2x^2 - 200 = 0;$

j) $2x^2 - 98 = 0;$

k) $3x^2 - 48 = 0;$

l) $-x^2 + 121 = 0.$

3. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket:

a) $x^2 - 5x = 0;$

b) $x^2 + 7x = 0;$

c) $x^2 + 3x = 0;$

d) $3x^2 - 4x = 0;$

e) $4x^2 = 15x;$

f) $14x^2 = 7x;$

g) $7x^2 = -9x;$

h) $3x^2 = 17x.$

4. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket:

a) $(x + 2) \cdot (2x - 3) + x - 4 = -6;$

b) $(x + 1) \cdot (x - 2) - 3 \cdot (x + 5) = 3 - 5x;$

c) $(3x + 1) \cdot (2x - 3) - 2 \cdot (x + 1) = 7x + 1;$

d) $(2x + 1) \cdot (x - 4) - (x + 2) \cdot (3x - 4) = -6x;$

e) $(5x + 7) \cdot (x - 1) + (5x + 3) \cdot (x + 4) = 26x + 8;$

f) $(2x - 3) \cdot (x + 8) + (5x - 3) \cdot (2x + 7) = -36x + 99;$

g) $2 \cdot (x - 3) \cdot (3x + 2) - 3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) + 8x = 0;$

h) $(2x - 7) \cdot (x + 3) + (7x - 1) \cdot (2x + 5) = 46x - 29;$

i) $\frac{(x - 1)^2}{4} - \frac{3x + 1}{8} = 2;$

j) $\frac{3x - 2}{5} - \frac{4 - 3x}{x} = x;$

k) $\frac{3x + 2}{x} - \frac{x + 2}{2x} = x + 1;$

l) $\frac{2x + 3}{x} + \frac{x - 5}{x - 1} = 2;$

m) $\frac{3x - 1}{x + 3} + \frac{3 - 2x}{x - 3} = 2;$

n) $\frac{x + 1}{x - 2} - \frac{2x - 1}{x + 2} = 3;$

o) $\frac{3x + 5}{x - 3} - \frac{2x - 1}{x + 3} = \frac{11x - 13}{x^2 - 9};$

p) $\frac{2x + 1}{x - 1} - \frac{x + 3}{x + 1} + \frac{x + 5}{x^2 - 1} = 3.$