Adott a valós számok $\mathbb{R}$ halmazán értelmezett következő függvény:

$$f(x) = x^2 - 5x + 6.$$

Adjuk meg a függvény grafikonjának a következő x értékekhez tartozó pontjait:

$$x = -1,\quad 0,\quad 1,\quad 2,\quad 3,\quad 4.$$

Ábrázoljuk a következő valós számokon értelmezett függvényeket a derékszögű koordináta-rendszerben:

a) $x \mapsto 2x - 1;$ *b)* $x \mapsto -2x + 3;$ *c)* $x \mapsto 3x - 6;$

d) $x \mapsto 4x - 2;$ *e)* $x \mapsto 7 - 5x;$ *f)* $x \mapsto \frac{1}{2} \cdot x + 2;$

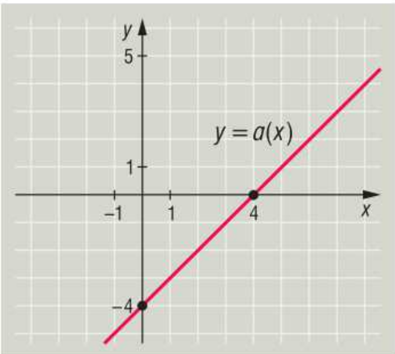
g) $x \mapsto \frac{1}{3} \cdot x - 1;$ *h)* $x \mapsto \frac{2}{5} \cdot x;$ *i)* $x \mapsto -\frac{3}{2} \cdot x + 6;$

j) $x \mapsto -\frac{2}{5} \cdot x + 4;$ *k)* $x \mapsto \frac{1}{2} \cdot (x - 4) + 1;$ *l)* $x \mapsto -\frac{1}{3} \cdot (x - 6) + 2;$

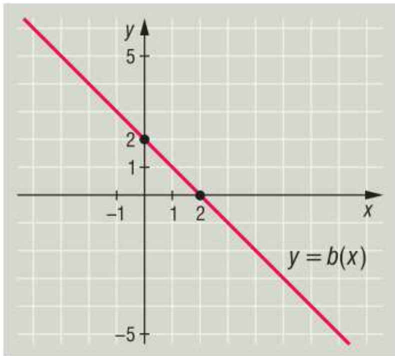
m) $x \mapsto 2 \cdot (x + 2) - 3 \cdot (x + 1).$

Az alábbi ábrákon lineáris függvények grafikonja látható. Adjuk meg a függvények hozzárendelési szabályát.

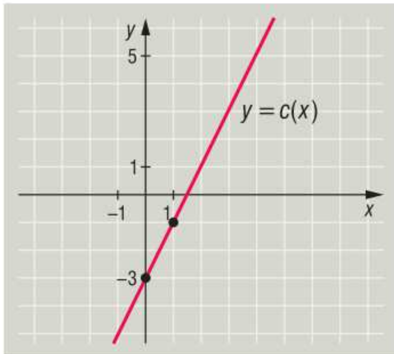
a)



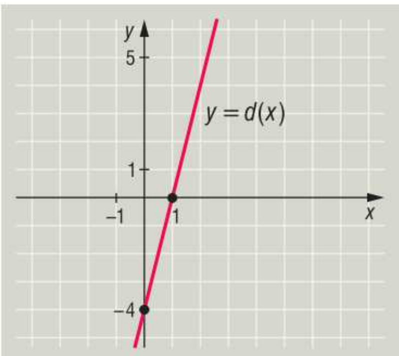
b)



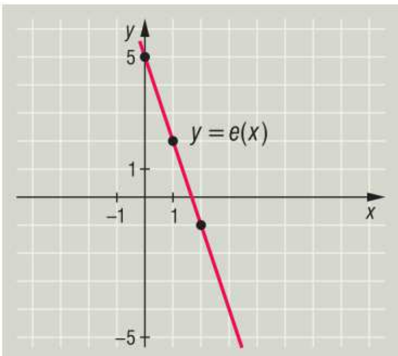
c)



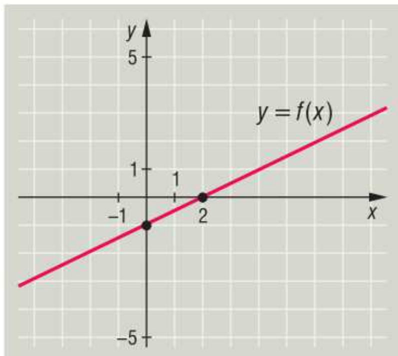
d)



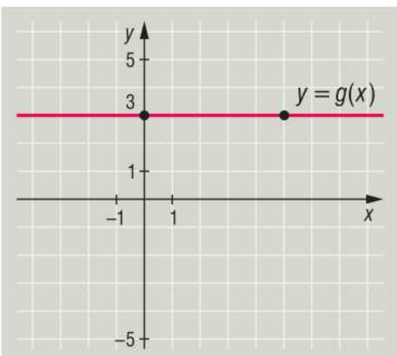
e)



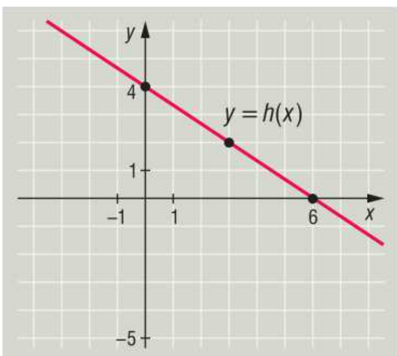
f)



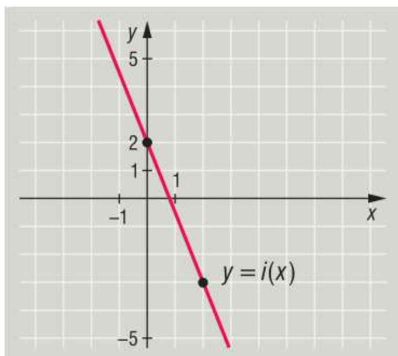
g)



h)



i)



Döntsük el, hogy az adott pontok közül melyik illeszkedik a megadott egyenesekre:

$$P(0; -1), \quad Q(1; 1), \quad R(2; 5).$$

Az adott egyenesek a következő függvények képei:

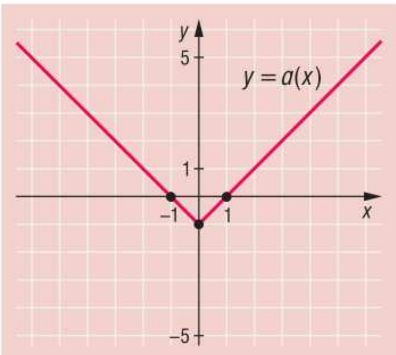
a) $f(x) = 3x - 1$; *b)* $g(x) = 2x - 1$; *c)* $h(x) = 2x + 1$.

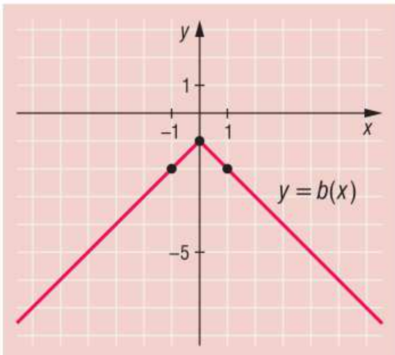
Határozzuk meg annak a lineáris függvénynek a hozzárendelési szabályát, amelynek a grafikonja áthalad az adott $P(3; 3)$ és $Q(2; 0)$ pontokon. Adjuk meg a függvény meredekségét és azokat a pontokat, ahol a grafikon (egyenes) metszi az x és y tengelyeket.

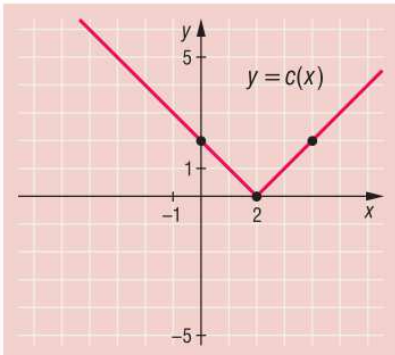
Ábrázoljuk a valós számok halmazán értelmezett következő függvényeket a derékszögű koordinátarendszerben.

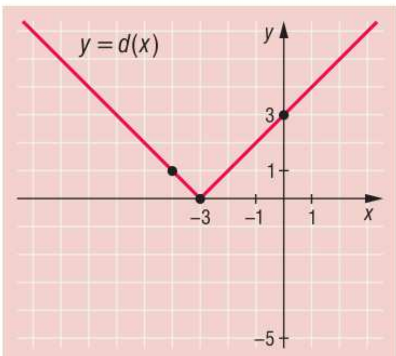
a) $x \mapsto |x| - 2$; *b)* $x \mapsto |x| + 1$; *c)* $x \mapsto |x - 3|$; *d)* $x \mapsto |x + 4|$;
e) $x \mapsto -|x| + 1$; *f)* $x \mapsto -|x - 1|$; *g)* $x \mapsto |x + 1| - 2$; *h)* $x \mapsto |x - 2| + 2$;
i) $x \mapsto |x - 4| - 3$; *j)* $x \mapsto 2 \cdot |x|$; *k)* $x \mapsto 2 \cdot |x - 1|$; *l)* $x \mapsto |2x - 3|$;
m) $x \mapsto -\dfrac{1}{2} \cdot |x + 2| + 2$.

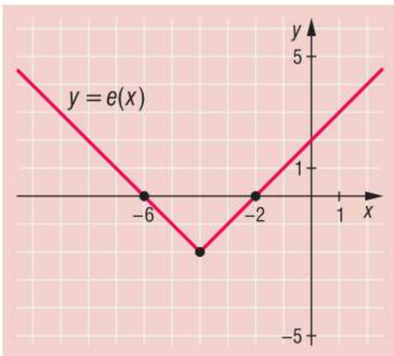
Az alábbi ábrákon abszolútérték-függvények grafikonja látható. Adjuk meg a függvények hozzárendelési szabályát.

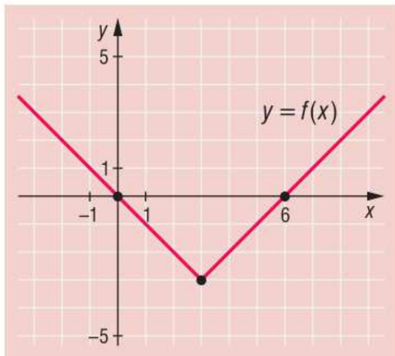
a)


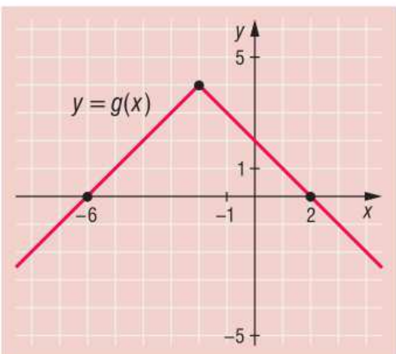
b)


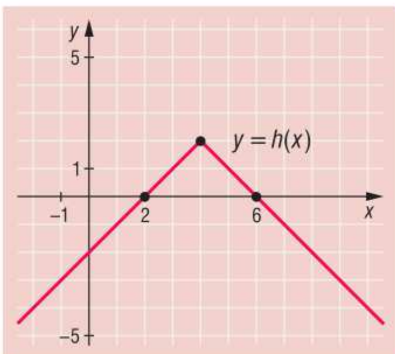
c)


d)


e)


f)


g)


h)


Ábrázoljuk és jellemezzük (értékkészlet, zérushely, menete, szélsőérték, paritás szempontjából) a következő, valós számok halmazán értelmezett függvényeket:

a) $x \mapsto x^2 + 2$;   *b)* $x \mapsto (x+2)^2$;   *c)* $x \mapsto (x-3)^2$;

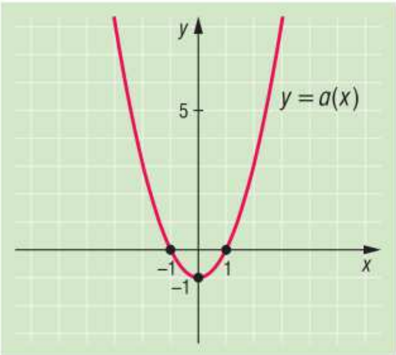
d) $x \mapsto -x^2 + 4$;   *e)* $x \mapsto -(x-2)^2$;   *f)* $x \mapsto -(x+3)^2$;

g) $x \mapsto (x-1)^2 - 4$;   *h)* $x \mapsto 1 - (x+2)^2$;   *i)* $x \mapsto 2 \cdot (x-4)^2 - 2$;

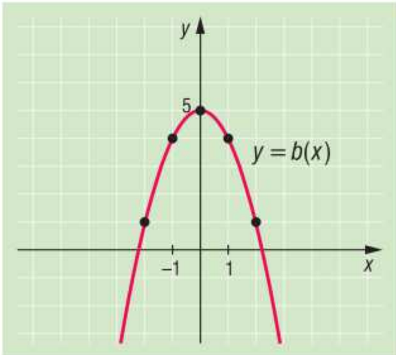
j) $x \mapsto \frac{1}{2} \cdot (x+2)^2 + 1$;   *k)* $x \mapsto x^2 - 4x + 3$;   *l)* $x \mapsto x^2 + 2x - 3$.

Az alábbi ábrákon másodfokú függvények grafikonja látható. Adjuk meg a függvények hozzárendelési szabályát:

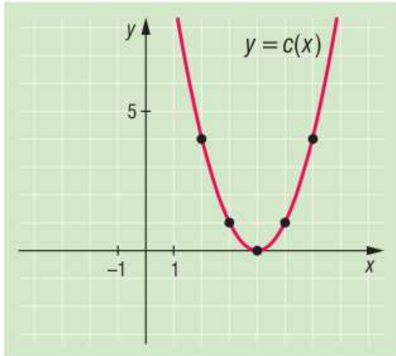
a)



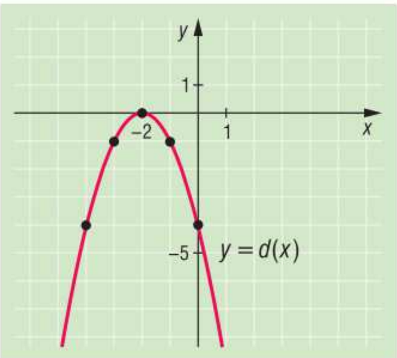
b)



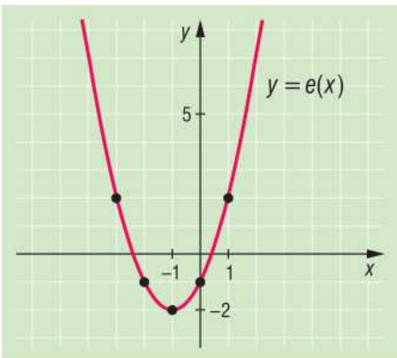
c)



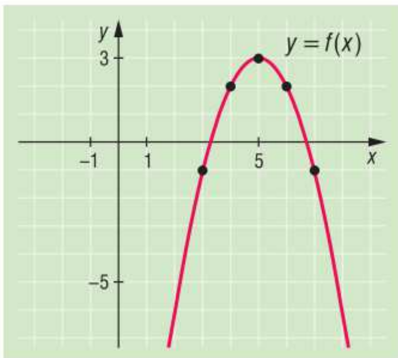
d)



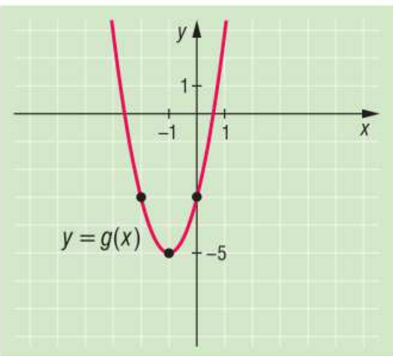
e)



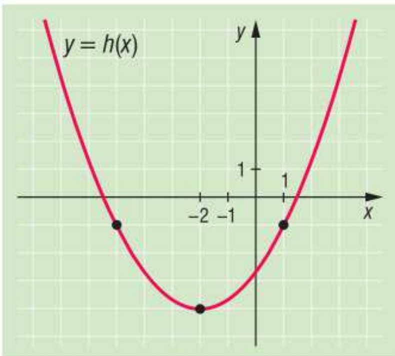
f)



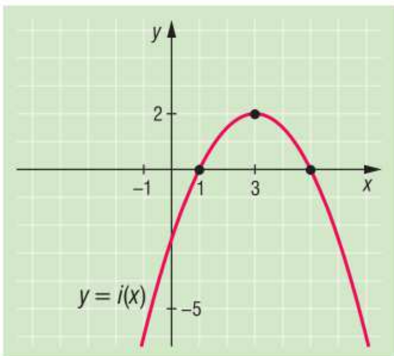
g)



h)



i)



Ábrázoljuk és jellemezzük (értékkészlet, zérushely, menete, szélsőérték, paritás szempontjából) a következő függvényeket:

a) $x \mapsto \sqrt{x} - 3,\ x \in [0; 4]$;   *b)* $x \mapsto \sqrt{x+3},\ x \in [-3; 1]$;

c) $x \mapsto \sqrt{-x+2},\ x \in [-2; 2]$;   *d)* $x \mapsto \sqrt{x+2} - 3,\ x \in [-2; 2]$;

e) $x \mapsto \sqrt{x+2} - 1,\ x \in [-2; 2]$;   *f)* $x \mapsto 1 + \sqrt{7-x},\ x \in [-2; 3]$;

Oldjuk meg függvénygrafikonok alkalmazásával a következő egyenleteket:

a) $x+1=\sqrt{11-x}$; *b)* $\sqrt{x}-\sqrt{x-3}=1$; *c)* $\sqrt{12-x}=x$; *d)* $\sqrt{7-x}=x-1$;

e) $x-\sqrt{x+1}=5$.

Ábrázoljuk és jellemezzük (zérushely, szélsőérték, monotonitás szempontjából) a következő függvényeket:

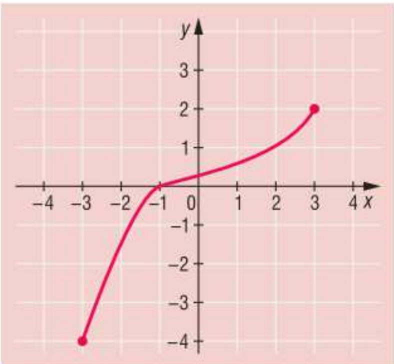
a) $f(x)=\dfrac{1}{x-1},\ x\neq 1,\ x\in[-2;3]$; *b)* $g(x)=-\dfrac{1}{x+2},\ x\neq -2,\ x\in[-3;1]$;

c) $h(x)=\dfrac{1}{x-2}+2,\ x\neq 2,\ x\in[-1;5]$; *d)* $i(x)=\dfrac{1}{x+3}-4,\ x\neq -3,\ x\in[-6;0]$;

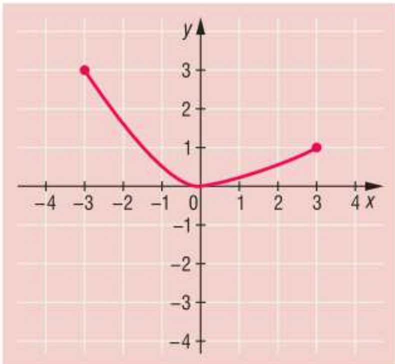
e) $j(x)=\dfrac{2}{x-1}+3,\ x\neq 1,\ x\in[-2;4]$; *f)* $k(x)=\dfrac{1}{1-x},\ x\neq 1,\ x\in[-3;2]$;

Az alábbi ábrákon egy-egy $[-3;3]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható. Mely intervallumokon növekszik, illetve fogy a függvény? Határozzuk meg a függvények szélsőértékeit, zérushelyeit.

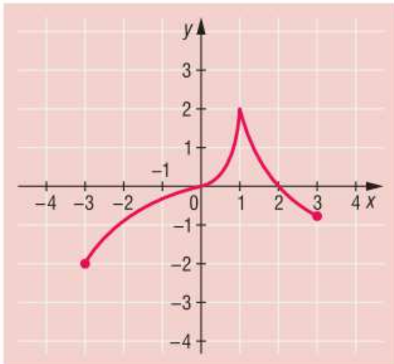
a)



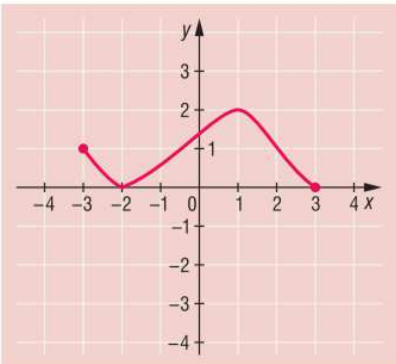
b)



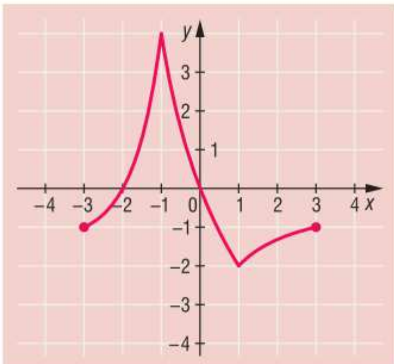
c)



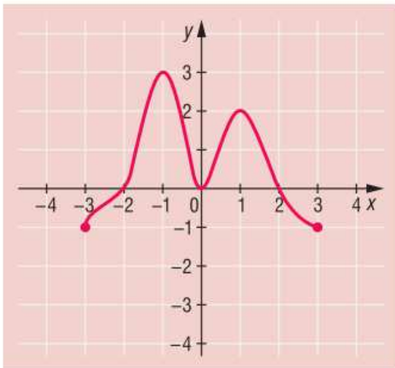
d)



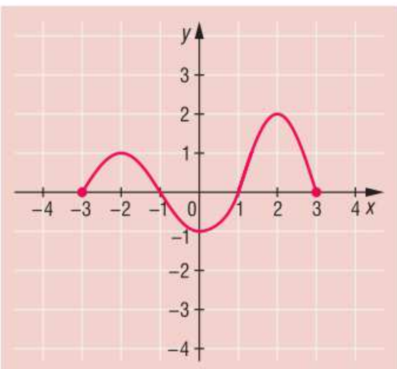
e)



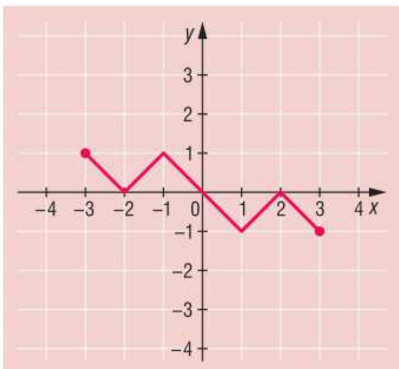
f)



g)



h)



Ábrázoljuk a következő függvényeket:

a) $f\colon [-9; 2] \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} -|x+5|+3, & \text{ha} \quad x < -2, \\ \sqrt{x+2}, & \text{ha} \quad x \geq -2; \end{cases}$

b) $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = \begin{cases} 2 \cdot (4-x), & \text{ha} \quad x \geq 1, \\ (x+1)^2, & \text{ha} \quad x < 1. \end{cases}$

Határozzuk meg a következő függvények grafikonjának a koordináta-tengelyekre illeszkedő pontjait, ha vannak. Ábrázoljuk is a függvényeket.

a) $f\colon \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \dfrac{-5}{x}$;

b) $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto 5$;

c) $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto -4x$;

d) $i\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \dfrac{2x-6}{3}$;

e) $j\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto 2 - \dfrac{5}{3} \cdot x$;

f) $k\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \dfrac{1}{2} \cdot |x-2|$;

g) $l\colon \mathbb{R}\setminus\,]3; \infty[\to \mathbb{R},\ x \mapsto \sqrt{3-x}$.

Állítsuk párba az ábrán látható függvényeket a hozzárendelési szabályukkal.

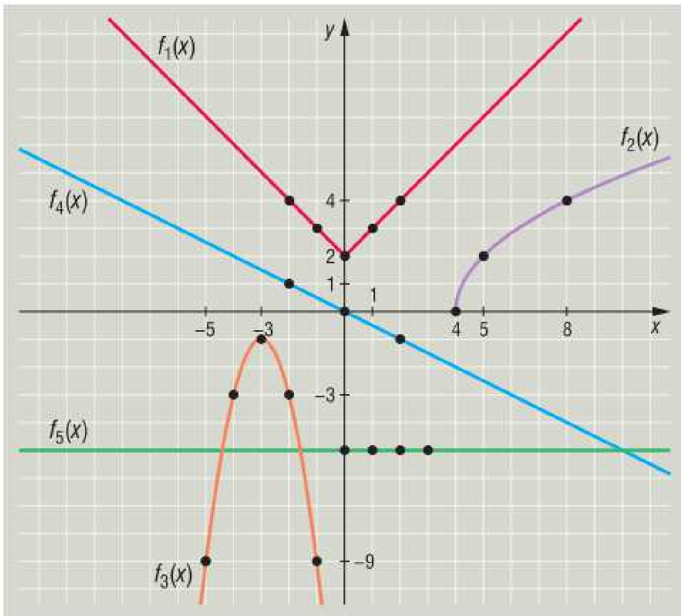
a) $x \mapsto |x| + 2$;

b) $x \mapsto -5$;

c) $x \mapsto 2 \cdot \sqrt{x-4}$;

d) $x \mapsto -2 \cdot (x+3)^2 - 1$;

e) $x \mapsto -\dfrac{1}{2} \cdot x$.



Válaszoljunk a következő kérdésekre.

f) Melyik az egyenes arányosság függvény?

g) Melyik függvénynek van zérushelye?

h) Melyik függvénynek van maximuma? Határozzuk is meg.

i) Az $f_2(x)$ függvény milyen helyen veszi fel a 2 függvényértéket?

j) Mennyi a meredeksége az $f_5(x)$ függvénynek?

k) Az $f_1(x)$ függvénynek mennyi lesz az $x = 1$ helyen vett függvényértéke?

l) Igaz-e, hogy $f_3(-2) = -3$?

Ábrázoljuk a következő függvényt:

$$f\colon [0; 6] \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x, & \text{ha} \quad x < 3, \\ 1, & \text{ha} \quad x = 3, \\ x, & \text{ha} \quad x > 3. \end{cases}$$

Válaszoljunk a kérdésekre.

a) Határozzuk meg a függvény zérushelyét.

b) Hol negatív a függvény?

c) Hol nő a függvény?

Oldjuk meg grafikusan az alábbi egyenleteket:

a) $\frac{x}{3} = 7 - 2x$; *b)* $|x - 2| = \sqrt{x}$; *c)* $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = x - 3$;

d) $3 - |x - 4| = \sqrt{x - 1}$; *e)* $\frac{2}{x} = (x - 1)^2 \ (x \neq 0)$.

Oldjuk meg grafikusan az alábbi egyenlőtlenségeket:

a) $\sqrt{x - 2} > (x - 2)^2$; *b)* $-2 \cdot |x| + 3 \geq x^2$; *c)* $\frac{x^2}{2} \leq \frac{1}{2} \cdot x + 1$;

d) $x^2 - 6x + 7 < \frac{2}{x - 4}$.
