

# GYÖKVONÁS

## 1) Négyzetgyök

Az  $a$  nemnegatív valós szám négyzetgyökének azt a nemnegatív számot nevezzük, melynek négyzete  $a$ .

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad \sqrt{a} \geq 0, \quad a \geq 0$$

### Azonosságok:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad a, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad a \geq 0, b > 0$$

$$(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n} \quad a \geq 0$$

A négyzetgyök tulajdonsága:  $\sqrt{a^2} = |a|$

## 2) n-edik gyök

**Az n-edik gyök fogalma:** ( $n \in \mathbb{N}^+$ )

- Ha  $a \geq 0$  és  $n \geq 2$  páros szám, akkor  $n$ -edik gyök  $a$ -n értjük azt a nemnegatív számot, amelynek  $n$ -edik hatványa  $a$ .  $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- Ha  $a$  tetszőleges valós szám és  $n > 1$  páratlan szám, akkor  $n$ -edik gyök  $a$ -n értjük azt a számot, amelynek  $n$ -edik hatványa  $a$ .

### A gyökvonás azonosságai:

I. Szorzat  $n$ -edik gyöke egyenlő a tényezők  $n$ -edik gyökének szorzatával.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad a, b \geq 0; n \in \mathbb{R}$$

II. Tört  $n$ -edik gyöke egyenlő a számláló és a nevező  $n$ -edik gyökének hányadosával.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad a \geq 0; b > 0; n \in \mathbb{R}$$

III. Hatvány  $n$ -edik gyöke egyenlő az alap  $n$ -edik gyökének hatványával.

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} \quad a \geq 0; n, k \in \mathbb{R}$$

IV. Két egymás utáni gyökvonást egyetlen gyökvonással helyettesíthetünk, ennek gyökkitevője a két gyökkitevő szorzata.

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n \cdot k]{a} \quad a \geq 0; n, k \in \mathbb{R}$$

V. A gyökkitevőt és a hatványkitevőt megszorozhatjuk ugyanazzal a nemnulla számmal.

$$\sqrt[n]{a^{k \cdot l}} = \sqrt[n]{a^k} \quad a \geq 0; n, k, l \in \mathbb{R}$$

VI. A gyökjel alól tényezőket kiemelhetünk, illetve a gyök alá bevihetjük.

$$a^k \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^{k \cdot n} \cdot b} \quad a, b \geq 0; k, n \in \mathbb{R}$$