

## Nevezetes szorzatok

### 1. Kéttagú összeg négyzete

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

#### Példa:

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(2a + 5)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 5 + 5^2 = 4a^2 + 20a + 25$$

$$(3a + 4b)^2 = (3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 4b + (4b)^2 = 9a^2 + 24ab + 16b^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x \cdot \frac{2}{3}y + \left(\frac{2}{3}y\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{4}{9}y^2$$

### 2. Különbség négyzete

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

#### Példa:

$$(y - 4)^2 = y^2 - 2 \cdot y \cdot 4 + 4^2 = y^2 - 8y + 16$$

$$(3a - x)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot x + x^2 = 9a^2 - 6ax + x^2$$

$$(7x - 5y)^2 = (7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 5y + (5y)^2 = 49x^2 - 70xy + 25y^2$$

$$\left(\frac{2}{5}a - \frac{1}{4}b\right)^2 = \left(\frac{2}{5}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{2}{5}a \cdot \frac{1}{4}b + \left(\frac{1}{4}b\right)^2 = \frac{4}{25}a^2 - \frac{1}{5}ab + \frac{1}{16}b^2$$

### 3. Háromtagú összeg négyzete

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

**Példa:**

$$\begin{aligned}(3x + 2y + z^2)^2 &= (3x)^2 + (2y)^2 + (z^2)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + 2 \cdot 3x \cdot z^2 + 2 \cdot 2y \cdot z^2 = \\ &= 9x^2 + 4y^2 + z^4 + 12xy + 6xz^2 + 4yz^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4a - 3b + 2c)^2 &= \\ &= (4a + (-3b) + 2c)^2 = \\ &= (4a)^2 + (-3b)^2 + (2c)^2 + 2 \cdot 4a \cdot (-3b) + 2 \cdot 4a \cdot 2c + 2 \cdot (-3b) \cdot 2c = \\ &= 16a^2 + 9b^2 + 4c^2 - 24ab + 16ac - 12bc\end{aligned}$$

### 4. Kéttagú összeg harmadik hatványa

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

**Példa:**

$$\begin{aligned}(x + 2)^3 &= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = \\ &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2a + 3b)^3 &= (2a)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot (3b) + 3 \cdot (2a) \cdot (3b)^2 + (3b)^3 = \\ &= 8a^3 + 3 \cdot 4a^2 \cdot 3b + 3 \cdot (2a) \cdot 9b^2 + 27b^3 = \\ &= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3\end{aligned}$$

## 5. Kéttagú különbség harmadik hatványa

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

**Példa:**

$$\begin{aligned}(3a - 1)^3 &= (3a)^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot (3a) \cdot 1^2 - 1^3 = \\ &= 27a^3 - 3 \cdot 9a^2 \cdot 1 + 3 \cdot (3a) \cdot 1 - 1 = \\ &= 27a^3 - 27a^2 + 9a - 1\end{aligned}$$

## 6. Két tag összegének és különbségének szorzata

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

**Példa:**

$$(a + 3)(a - 3) = a^2 - 3^2 = a^2 - 9$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$$

$$(5a - 6b)(5a + 6b) = (5a)^2 - (6b)^2 = 25a^2 - 36b^2$$

## Gyakorló feladatok

$(6a - 5b)^2;$

$(8x + 3y)^2;$

$(10a + 2b)^2;$

$(7x^2 + 3)^2;$

$(2a + 4b + c^3)^2;$

$\left(\frac{3}{4}a - \frac{2}{3}b + \frac{1}{7}\right)^2;$

$(3x + y)^3;$

$(4a^2 - 2b)^3;$

$\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^3;$

$\left(\frac{1}{5}x + 3\right)\left(\frac{1}{5}x - 3\right);$

$(x^2 - 6a)(x^2 + 6a);$

$\left(\frac{1}{2}a + \frac{11}{2}\right)(0,5x - 5,5);$

$(8x^2y - 3xy^2)(8x^2y + 3xy^2);$

## Végeredmények

$$(6a - 5b)^2 = 36a^2 - 60ab + 25b^2$$

$$(10a + 2b)^2 = 100a^2 + 40ab + 4b^2$$

$$(8x + 3y)^2 = 64x^2 + 48xy + 9y^2$$

$$(7x^2 + 3)^2 = 49x^4 + 42x^2 + 9$$

$$(2a + 4b + c^3)^2 = 4a^2 + 16b^2 + c^6 + 16ab + 4ac^3 + 8bc^3$$

$$\left(\frac{3}{4}a - \frac{2}{3}b + \frac{1}{7}\right)^2 = \frac{9}{16}a^2 + \frac{4}{9}b^2 + \frac{1}{49} - ab + \frac{3}{14}a - \frac{4}{21}b$$

$$(3x + y)^3 = 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$$

$$(4a^2 - 2b)^3 = 64a^6 - 96a^4b + 48a^2b^2 - 8b^3$$

$$\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^3 = \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{2}x^2y + 6xy^2 + 8y^3$$

$$\left(\frac{1}{5}x + 3\right)\left(\frac{1}{5}x - 3\right) = \frac{1}{25}x^2 - 9$$

$$\left(\frac{1}{2}a + \frac{11}{2}\right)(0,5x - 5,5) = \frac{1}{4}a^2 - \frac{121}{4}$$

$$(x^2 - 6a)(x^2 + 6a) = x^4 - 36a^2$$

$$(8x^2y - 3xy^2)(8x^2y + 3xy^2) = 64x^4y^2 - 9x^2y^4$$